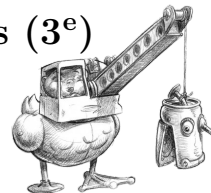


Contrôle — Triangles semblables, agrandissements et réductions (3^e)

Durée : 50 min

Calculatrice autorisée. Les réponses sont à rédiger sur une copie séparée. Toute démonstration doit être organisée avec « On sait que... / Or... / Donc... » ; toute réponse chiffrée doit être justifiée par le détail des calculs. Les figures ne sont pas à l'échelle. Barème sur 20 points.



Exercice 1 : Reconnaître des triangles semblables et retrouver un rapport

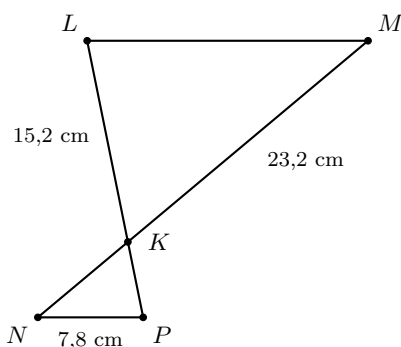
(4,5 pts)

- Un triangle ABC possède deux angles de 31° et 93° ; un triangle DEF possède deux angles de 56° et 93° . Ces deux triangles sont-ils semblables ? Justifier par le calcul. (1 pt)
- Un triangle GHI a pour côtés $GH = 9,2$ cm, $HI = 13,6$ cm et $GI = 18,4$ cm. Un triangle JKL a pour côtés $JK = 50,6$ cm, $KL = 25,3$ cm et $JL = 38,4$ cm. Ces deux triangles sont-ils semblables ? Justifier. (1 pt)
- Un triangle MNP a une aire de 13 cm² et un périmètre de $18,2$ cm. Son agrandissement $M'N'P'$ a une aire de $177,97$ cm². Déterminer le rapport k de cet agrandissement, puis calculer le périmètre du triangle $M'N'P'$. (1,5 pt)
- Un triangle XYZ est isocèle et l'un de ses angles mesure 14° . Un triangle UVW a deux angles de 152° et 14° . Yanis affirme : « Les triangles XYZ et UVW sont forcément semblables. » A-t-il raison ? Justifier. (1 pt)

Exercice 2 : Configuration du papillon et calculs de longueurs

(5 pts)

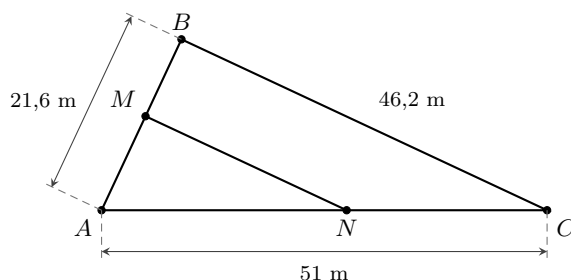
Sur la figure ci-dessous, les segments $[LP]$ et $[MN]$ se coupent en K , et les droites (LM) et (NP) sont parallèles. On donne : $KL = 15,2$ cm, $LP = 20,9$ cm, $KM = 23,2$ cm et $NP = 7,8$ cm.



- Démontrer que les angles $\widehat{KLM}$ et $\widehat{KPN}$ ont la même mesure. (1,5 pt)
- Démontrer que les triangles KLM et KPN sont semblables, et préciser les sommets homologues. (1,5 pt)
- En déduire les longueurs KN et LM . (2 pts)

Exercice 3 : Problème, l'auvent du musée et sa maquette**(6,5 pts)**

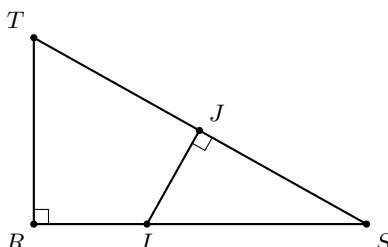
Pour couvrir le parvis d'un musée, une architecte conçoit un auvent vitré ayant la forme d'un triangle ABC , ainsi qu'un bassin extérieur. Sur cet auvent, une poutre rectiligne $[MN]$ relie un point M du bord $[AB]$ à un point N du bord $[AC]$. Les dimensions réelles de l'auvent sont $AB = 21,6$ m, $BC = 46,2$ m et $AC = 51$ m.



- Démontrer que le triangle ABC est rectangle en B , puis calculer l'aire réelle de l'auvent ABC , en m^2 . (1,5 pt)
- Les fixations de la poutre $[MN]$ sont placées à $AM = 11,88$ m et $AN = 28,05$ m. Démontrer que les triangles AMN et ABC sont semblables, puis calculer la longueur réelle de la poutre $[MN]$. (2 pts)
- Sur la maquette de présentation du projet, le bord $[BC]$ est représenté par un segment de 30,8 cm. Déterminer l'échelle de cette maquette sous la forme $\frac{1}{n}$, puis calculer l'aire de l'auvent ABC sur la maquette, en cm^2 . (1,5 pt)
- Le bassin réel prévu sur le parvis contiendra 378 m^3 d'eau. Un stagiaire affirme qu'il faudra 16,8 L d'eau pour remplir à ras bord le bassin de la maquette, réalisée à la même échelle. A-t-il raison ? Justifier en calculant la capacité exacte du bassin de la maquette, en millilitres. (Rappel : $1 \text{ m}^3 = 1000 \text{ L}$ et $1 \text{ L} = 1000 \text{ mL}$.) (1,5 pt)

Exercice 4 : Démonstration dans un triangle rectangle**(4 pts)**

Soit RST un triangle rectangle en R . On place un point I sur le segment $[RS]$, distinct de R et de S , et on note J le pied de la perpendiculaire à la droite (ST) passant par I (le point J appartient au segment $[ST]$). Aucune longueur n'est donnée.



- Démontrer que les triangles SRT et SJI sont semblables, et préciser les sommets homologues. (2 pts)
- En déduire l'égalité $SI \times RT = ST \times IJ$. (1,5 pt)
- Maël associe les points d'après leur position sur la figure (I sur $[SR]$, J sur $[ST]$) et écrit $\frac{SI}{SR} = \frac{SJ}{ST}$. Expliquer son erreur en une phrase, puis écrire l'égalité de quotients correcte reliant ces quatre longueurs. (0,5 pt)

Question bonus**(+1 pt bonus)**

Dans un triangle DEF tel que $DE = 29,6$ cm, on place un point G sur le segment $[DE]$ et un point H sur le segment $[DF]$ de sorte que les droites (GH) et (EF) soient parallèles. À quelle distance du sommet D faut-il placer le point G pour que l'aire du quadrilatère $EFHG$ soit égale aux $\frac{15}{64}$ de l'aire du triangle DEF ? Justifier chaque étape.

FIN DU SUJET